

# PhDr. Alena HOFMANOVÁ

## M A T E M A T I K A POLOPATE

### NÁZORNÉ LOGICKÉ RIEŠENIA SLOVNÝCH ÚLOH A ARITMETICKÝCH PRÍKLADOV

všetko vysvetlené (i vo farbe) v **systeme, názorne a s komentovaným výkladom to najt'ažšie**, čo matematika na ZŠ má – **slovné úlohy – hračkou v prehľadných jednoduchých stručných zápisoch**

**NIELEN AKO** sa všetko správne rieši, **ALE PREČO** sa všetko rieši tak, ako sa rieši

**množstvo** ľahko zapamätateľných **pomôcok pri riešení slovných úloh**  
postup **od jednoduchých príkladov k tým najnáročnejším**  
množstvo príkladov **špeciálne PRE CHYTRÉ HLAVY**  
**dôraz na logické riešenia a rozvoj** matematickej **logiky**  
**viacero riešení** jedného a toho istého problému  
**desiatky typov** slovných úloh

a

**vysvetlenie všetkého** ako vždy **POLOPATE**

---

Jednotlivé uvedené strany sú často len jednou z viacerých strán, na ktorých sa uvedené učivo vysvetľuje. Sú tu strany s vysvetlením učiva, s precvičením učiva, ktoré je vysvetlené na ďalších stranách, nie tu uvedených.

Dostupné na: <http://www.hofmanova.sk/>

## **OBSAH – I. časť slovné úlohy**

<b>9</b>	<b>Zmesi</b>
<b>10</b>	<b>Mierka na mape</b>
<b>11</b>	<b>Metre látky</b>
<b>11</b>	<b>Dvakrát viac</b>
<b>12</b>	<b>Trojčlenka</b>
<b>12</b>	<b>Zložená trojčlenka</b>
<b>13</b>	<b>Ceny</b>
<b>13</b>	<b>Ceny naopak</b>
<b>14</b>	<b>Príklady na „x“ s jednou aj dvomi neznámymi</b>
<b>15</b>	<b>Príklady na „x“ a „%“</b>
<b>16</b>	<b>Zvyšok</b>
<b>17</b>	<b>Pohyb oproti sebe</b>
<b>18</b>	<b>Pohyb za sebou</b>
<b>19</b>	<b>Pomer geometrický</b>
<b>20</b>	<b>Sudy s vodou na %, cez 1 aj 2 neznáme</b>
<b>21</b>	<b>Obsah cez 1 aj 2 neznáme</b>
<b>22</b>	<b>Roky</b>
<b>22</b>	<b>Hrany</b>
<b>23</b>	<b>Pomer aritmetický „Keby/Ak“</b>
<b>24</b>	<b>Spoločná práca Chlapci a dievčatá v percentách a číslach</b>

## **FAREBNÉ STRANY**

farebné strany v II. časti sú označené  
hrubým písmom

26	Zmesi Trojriadkový zápis slovných úloh V čom sú finty pri zápise?
32	Zmesi kávy, čaju, cukríkov
35	Mierka mapy
37	Obsah a obvod v mierke
41	Metre látky
44	Dvakrát viac
49	Trojčlenka – priama úmera
50	Trojčlenka – nepriama úmera
52	Zložená trojčlenka – priama úmera
53	Zložená trojčlenka – nepriama úmera
55	Dve nepriame úmery v jednom príklade
56	Ceny
58	Ceny naopak
60	Sudy s vodou na %
61	Sudy s vodou cez dve neznáme
64	Príklady na „x“ a „%“
72	Zvyšok
76	Poradie
78	Dve neznáme (riešenie príkladov aj cez jednu neznámu)
83	Obsah cez dve neznáme
84	Obsah cez jednu neznámu
88	Roky
92	Hrany
95	Závazok, plán
96	Pohyb
97	Pohyb – oproti sebe
100	Pohyb – za sebou
103	Pohyb – zdržanie
104	Pohyb premeny
106	Pomer aritmetický
109	Pomer geometrický
117	Pomer postupný
120	„Keby“/„Ak“/„Pokiaľ“ ... “

125	Chlapci – dievčatá v číslach a percentách
126	Cestný valec
127	Násobky
128	Kombinatorika
<b>132</b>	<b>Hodinový uhol</b>
<b>133</b>	<b>Hodinový uhol</b>
134	Spoločná práca 1. typ
135	Spoločná práca 2. typ
136	Spoločná práca 3. typ
139	Čísla cez jednu neznámu
146	Čísla cez dve neznáme
147	Vyjadrenie podielu so zvyškom
149	Sčítovanie viacciferných čísel
150	Odčítovanie viacciferných čísel
151	Sčítovanie a odčítovanie desatinných čísel
	Záporné čísla
153	Ako je to so zátvorkami?
	Sčítovanie a odčítovanie kladných a záporných čísel
155	Násobenie a delenie kladných a záporných čísel
156	Čo má v počítaní prednosť
157	Násobenie pred zátvorkou
	Ako sa zmení výsledok, keď „pošachujeme“ so zátvorkami
158	Násobenie jedno- a viacciferným číslom
<b>159</b>	<b>Násobenie jedno- a viacciferným číslom</b>
<b>160</b>	<b>Násobenie jedno- a viacciferným číslom</b>
161	Násobenie číslami 10, 100, 1000, 10000 ...
161	Delenie číslami 10, 100, 1000, 10000 ...
162	Deliteľnosť prirodzených čísel
164	Rozklad čísel na prvočísla
	Najmenší spoločný násobok
165	Najväčší spoločný deliteľ
167	Delenie jednociferným číslom bezo zvyšku
	Delenie jednociferným číslom so zvyškom
168	Delenie viacciferným číslom bezo zvyšku
169	Delenie viacciferným číslom so zvyškom
170	Delenie desatinného čísla desatinným číslom
172	Zlomky
	Ako sa premení zlomok na zmiešané číslo?
173	Úprava zlomkov do základného tvaru
	Porovnávanie zlomkov podľa veľkosti
174	Ktorý z oboch zlomkov je väčší a ktorý menší?
175	Sčítanie zlomkov
<b>176</b>	<b>Odčítanie zlomkov</b>
	<b>Násobenie zlomkov</b>
<b>177</b>	<b>Delenie zlomkov</b>
	<b>Zložený zlomok</b>
178	Premena desatinných čísel na zlomky
	Matematické zápisy
179	Výrazy, jednočleny, mnohočleny
	Sčítovanie, odčítovanie výrazov a mnohočlenov
<b>180</b>	<b>Násobenie výrazov a mnohočlenov</b>
181	Vynímanie pred zátvorkou
182	Delenie výrazov a mnohočlenov
	Rozklad na súčin
183	Opačné znamienka pred členmi v zátvorke
185	Úprava výrazov podľa vzorcov $(a + b)^2$ , $(a - b)^2$ , $a^2 - b^2$
188	Zlomky vo vzorcoch
189	Premena jednotiek dĺžky
190	Premena jednotiek hmotnosti
	Premena jednotiek obsahu
191	Premena jednotiek objemu

## OBSAH – II. časť aritmetika

193	Lineárne rovnice
196	Sústava lineárnych rovníc s dvomi neznámym
199	Výpočet neznámej zo vzorca
200	Sčítovanie a násobenie mocnín
201	Vynímanie mocnín
	Násobenie mocnín
	Delenie mocnín
203	Druhá mocnina kladných a záporných čísel
	Umocnenie súčinu, podielu a mocniny
204	Obrovské i malé čísla ako mocniny $10^n$
206	Prevod rímskych číslic na arabské a naopak
207	Finančná matematika

1. V oáze oddychuje karavána **jednohrbých** a **dvojhrbých** tiav. Narátali sme (**spolu**) **50 hláv\*** a **80 hrbov**. Koľko bolo jednohrbých a dvojhrbých tiav?

Ako spraviť zápis, z ktorého si **hneď** spraviš veľmi jednoducho rovnicu:

1. riadok •:

2. riadok ••:

3. riadok \*:

**dvojitý rámček**

**prvé zviera** (prípadne **jeho druh**, v tomto prípade **jednohrbá t'ava**), **jedna hodnota peňazí**, niečo **lacnejšie**, niečo **väčšie**, **dlhšie** ...  
**druhé zviera** (prípadne **jeho druh**, v tomto prípade **dvojhrbá t'ava**), **druhá hodnota peňazí**, niečo **drahšie**, **menšie**, niečo **kratšie** ...  
**hodnoty**, ktoré sú v zadaní **SPOLU\***

- v ňom sú **zápisy zo zadania príkladu**, z ktorých spraviš rovnicu
- z každého riadku si **spojíš** písmená či **čísllice** rovnakých farieb tak, ako sú vo farbe **vyznačené** na tejto strane a z **3. riadku vezmeš číslo zo stĺpca**, kde nie je **neznáma**. Tomu sa rovnica rovná.
- **podrobné vysvetlenie učia ZMESI str. 26, princíp zápisu vid' i str. 75**

A teraz ako je to v praxi?

**počet hláv\* = počet tiav\* = počet kusov\* = spolu**

	I. <b>zápisy do rovnice</b>	II. <b>skúšky správnosti</b>	I.	II.
<b>1-hrbé</b>	$x \cdot (ks)$	$1 \cdot (hrb)$	$20 (ks)$	$1 (hrb) \cdot 20 (ks) = 20 (hrbov)$
<b>2-hrbé</b>	$(50 - x) \cdot ks$	$2 \cdot (hrby)$	$(50 - 20) (ks) = 30 (ks)$	$2 (hrby) \cdot 30 (ks) = 60$
<b>spolu:</b>	$50 (ks)$	$80 (hrbov)$	$50 (ks)$	$80 (hrb.)$
	$1 \cdot x + 2 \cdot (50 - x) = 80$ $x = 20$			<ul style="list-style-type: none"> <li>• matematické údaje z 1. riadku</li> <li>• matematické údaje z 2. riadku</li> </ul>

**JEDNOHRBÝCH TIAV BOLO 20 A DVOJHRBÝCH BOLO 30.**

7. **50 žiakov\*** si kúpilo vstupenky do kina a do divadla. **Lístok do kina** stál **2 eurá** a **lístok do divadla** stál **3 eurá**. Zaplatili za ne (**spolu\***) **130 eur**. Koľko žiakov išlo do kina a koľko do divadla?

	I. <b>zápisy do rovnice</b>	II. <b>skúšky správnosti</b>	I.	II.
<b>kino</b>	$x \cdot (žiakov)$	$2 \cdot (€)$	$20 (žiak.)$	$20 (ž) \cdot 2 (€) = 40 (€)$
<b>divadlo</b>	$(50 - x) \cdot ž.$	$3 \cdot (€)$	$50 - 20 = 30 (žiak.)$	$30 (ž) \cdot 3 (€) = 90 (€)$
<b>spolu</b>	$50^* (žiakov)$	$130^* (€)$	$50 (žiak.)$	$130 (€)$
	$2 \cdot x + 3 \cdot (50 - x) = 130$ $x = 20$			<b>DO KINA IŠLO 20 A DO DIVADLA 30 ŽIAKOV.</b>

13. V teste bolo **60 otázok\***. Za každú **správnu (S)** dostal Martin **10 bodov** a za každú **nesprávnu (N)** mu **vzali\* 5 bodov**. Po skončení testu mal **480\* bodov**. Koľko otázok zodpovedal správne a koľko nesprávne?

	I. <b>zápisy do rovnice</b>	II. <b>skúšky správnosti</b>	I.	II.
<b>správne</b>	$x \cdot (otázok)$	$10 \cdot (bodov)$	$52 (otázok)$	$52 (ot.) \cdot 10 (b.) = 520 (b.)$
<b>nesprávne</b>	$(60 - x) \cdot "$	$- 5 \cdot "$	$60 - 52 = 8 (otázok)$	$8 (ot.) \cdot (-5) = -40 (b.)$
<b>spolu</b>	$60^* "$	$480^* "$	$60 (otázok)$	$480 (b.)$

$$10 \cdot x - 5 \cdot (60 - x) = 480$$

$$x = 52$$

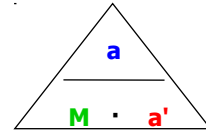
\* keď mu vzali (body, peniaze ...), v rovnici treba odrátať

SPRÁVNE BOLO 52 OTÁZOK, NESPRÁVNYCH BOLO 8.

### MIERKA MAPY

podrobne vid' od str. 35, tu je len vysvetlenie vo farbe

- I.  $a$  = vzdialenosť v skutočnosti – „km“ premeň na „cm“!  
 II.  $a'$  = vzdialenosť na mape – ak je v „mm“, premeň na „cm“  
 III.  $M$  = mierka mapy – vždy v „cm“



#### Ako na to s mierkovým trojuholníkom?

– to, čo rátaš, si zakry v trojuholníku prstom a hneď vidíš spôsob výpočtu

vzdialenosť v skutočnosti:  $a = M \cdot a'$   
 vzdialenosť na mape:  $a' = \frac{a}{M}$   
 mierka mapy:  $M = \frac{a}{a'}$

– v príkladoch s rýchlosť si uvedom, že údaj, napr.

**800 km/h** sú **DVA ÚDAJE**, ktoré treba vložiť do trojčlenky a využiť ďalej: **800 km ... 1 hodina**

4. Na mape s mierkou **1:150 000** je vzdialenosť medzi Moravským Jánom a Závodom **5 cm**. Aká je skutočná vzdialenosť týchto dvoch dedín na Záhorí? Prejde túto vzdialenosť turista, idúci rýchlosťou **6 km/h**, za **60 minút**? Ak nie, koľko minút mu to trvá?

- najskôr počítaj vzdialenosť cez mierku, čas turistu až potom. Úmera je priama, čím viac času, tým viac km prejde. A nezabudni, že „6 km/h“ sú dva údaje!

#### I. zadanie

$a' = 5$  (cm)  
 $M = 1:150\,000$  (cm)  
 $a = ?$  (cm)

#### II. výpočet vzdialenosti

$a = M \cdot a'$   
 $a = 150\,000 \cdot 5 = 750\,000$  cm = **7,5 km**

#### III. výpočet času jazdy na bicykli

$6 \text{ km/h} = \frac{6 \text{ km}}{1 \text{ h}}$   
 $\frac{6 \text{ km}}{1 \text{ h}} = \frac{7,5 \text{ km}}{x \text{ h}}$   
 $x = \frac{7,5 \cdot 1}{6} = 1,25 \text{ h}$

#### IV. premena hodiny/minúty

$1 \text{ h} = 60 \text{ minút}$   
 $\frac{1 \text{ h}}{60} = \frac{1,25 \text{ h}}{x \text{ minút}}$   
 $x = \frac{1,25 \cdot 60}{1} = 75$

VZDIALENOSŤ DEDÍN JE 7,5 KM.

TURISTA TO NESTIHNE ZA HODINU, CESTA TRVÁ 75 MINÚT.

13. Architekt má dva plány toho istého pozemku v rôznych mierkach. Na pláne s mierkou **1:100** je dĺžka jednej strany **50 cm**. Akú dĺžku má táto strana na pláne s mierkou **1:200**?

#### zápis rozdel' do dvoch plánov

#### 1. plán

$M = 1:100$  (cm)  
 $a' = 50$  (cm)  
 $a = ?$  (cm)

#### I. výpočet strany „a“

$a = M \cdot a'$

#### 2. plán

$M = 1:200$  (cm)  
 $a = 5\,000$  (cm)  
 $a' = ?$  (cm)

#### II. výpočet strany „a“

$a = 5\,000$

$$a = 100 \cdot 50 = 5\,000$$

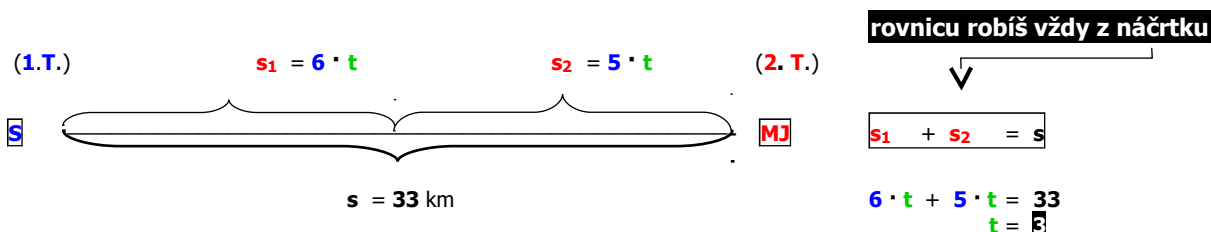
$$a' = M = 200 = 25$$

NA PLÁNE S MIERKOU 1:50 JE POZEMOK 25 CM DLHÝ.

### POHYB PROTI SEBE

Podrobné vysvetlenie a riešenie príkladov od str. 97. Tu je už prehľadné riešenie príkladov vo farbe.

1. **Vzdialenosť** medzi Senicou a Moravským Jánom je **33 km**. **Zo Senice** vyrazil **turista (1.T.)** **rýchlosťou 6 km/h**. **Rýchlosť druhého turistu (2.T.)**, ktorý vyrazil **zároveň oproti nemu z Moravského Jánu**, bola **5 km/h**. **Kedy sa stretli a v akej vzdialenosti od Moravského Jánu to bolo?**



**skúšky správnosti** (zároveň výpočet dĺžky jednotlivých dráh)

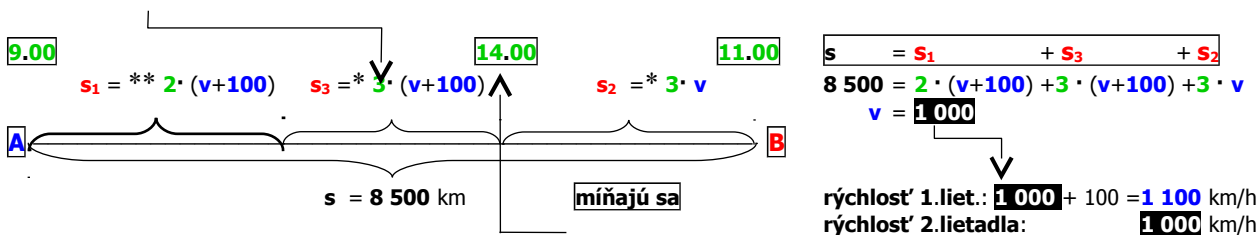
$s_1 = 6 \cdot t = 6 \cdot 3 = 18 \text{ km}$
$s_2 = 5 \cdot t = 5 \cdot 3 = 15 \text{ km}$
$s = 33 \text{ km}$

**dráha 1. turistu**  
(stretli sa **18 km** od Senice, odkiaľ vyšiel **1. turista**)  
**dráha 2. turistu**  
(stretli sa **15 km** od Moravského Jánu, odkiaľ šiel **2. turista**)  
= celková dráha Senica – Moravský Ján

**STRETLI SA O 3 HODINY VO VZDIALENOSTI 15 KM OD MORAVSKÉHO JÁNU.**

4. Medzi dvomi letiskami je vzdialenosť **8 500 km**. **O 9. hodine** vyštartovalo **z letiska A** lietadlo (jeho dráha je označená v náčrtku **hrubou svorkou**). Jeho **rýchlosť** bola **o 100 km/h vyššia ako rýchlosť lietadla**, ktoré štartovalo **oproti nemu o 11. hod z letiska B**. Obe lietadlá **sa míňajú o 14.00**. **V akej vzdialenosti od letiska A sa míňajú a akými rýchlosťami letia obe lietadlá?**

\* **leteli 3 hod, keď sa míňali. Prečo? Lebo 2. lietadlo vyštartovalo o 11.00 a míňali sa o 14.00)**



**skúšky správnosti** (zároveň výpočet dĺžky jednotlivých dráh)

$s_1 = 2 \cdot (1\,000 + 100) = 2\,200 \text{ km}$
$s_3 = 3 \cdot (1\,000 + 100) = 3\,300 \text{ km} \Rightarrow 5\,500 \text{ km}$
$s_2 = 3 \cdot 1\,000 = 3\,000 \text{ km}$
$s = 8\,500 \text{ km}$

**prvá časť dráhy 1. lietadla:**  
**2 hodiny** letelo **1. lietadlo samotné**  
**druhá časť dráhy 1. lietadla:**  
**3 hodiny** leteli **oproti sebe** obe lietadlá

**celá dráha 2. lietadla:**  
**3 hodiny** leteli **oproti sebe** obe lietadlá  
**celková dráha = vzdialenosť medzi letiskami**

**PRVÉ LIETADLO LETELO RÝCHLOSŤOU 1 100 KM/H A DRUHÉ 1 000 KM/H. MÍŇAJÚ SA VO VZDIALENOSTI 5 500 KM OD LETISKA A.**

V matematike ťa logika nikdy nepustí. Tak ako má všetko svoje „PREČO“, tak má všetko aj svoje „PRETO“. Trojčlenkou veľmi jednoducho vyrátaš aj to, čo sa treba v škole učiť veľmi komplikovane. Poďme si ale vysvetliť **jedinečný princíp fungovania trojčlenky**:

I. **V trojčlenke rátaš z troch údajov štvrtý**, ktorým sa posúvaš vo výpočte dopredu alebo výpočet končíš.

– **POD SEBOU vždy** musíš mať **ROVNAKÉ ÚDAJE**:  
percentá, litre, kilogramy, peniaze, počet ľudí či predmetov, kilometre ...

$$\begin{array}{l} 20 \% \quad \quad \quad 40 \text{ litrov} \\ 100 \% \uparrow \quad \quad \quad x \text{ litrov} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 20 \% \quad \quad \quad 40 \text{ eur} \\ 100 \% \uparrow \quad \quad \quad x \text{ eur} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 20 \% \quad \quad \quad 40 \text{ kg} \\ 100 \% \uparrow \quad \quad \quad x \text{ kg} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 900 \text{ km} \quad \quad \quad 1 \text{ hodina} \\ 100 \text{ km} \uparrow \quad \quad \quad x \text{ hodín} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 1 \text{ hodina} \quad \quad \quad 60 \text{ minút} \\ 0,4 \text{ hodiny} \uparrow \quad \quad \quad x \text{ minút} \end{array}$$

II. **Podstatný je smer šípky. PREČO?**

Smer **ukazuje**, či je **úmera priama**, alebo **nepriama**.

**PRIAMA ÚMERA:** šípky smerujú **hore**

**NEPRIAMA:** šípky smerujú **dole**

– tam, kde máš „x“, smeruje **šípka zdola hore**, nad tým netreba ani premýšľať, dáš ju tam **automaticky** hneď **na začiatku**, ako začneš robiť so šípkami

– **v prevažnej miere** budeme pracovať **s priamou úmerou**. Nepriamu si pozri vo farbe na str. 12.

**priama úmera:**

$\begin{array}{l} \text{čím viac/menej} \text{ percent,} \quad \text{tým viac/menej} \text{ litrov, hodín, metrov, ľudí, dní, kusov} \\ \text{čím} \text{ - " -} \text{ dní,} \quad \text{tým} \text{ - " -} \text{ hodín, minút, akejkol'vek práce ...} \\ \text{čím} \text{ - " -} \text{ minút,} \quad \text{tým} \text{ - " -} \text{ hodín, sekúnd, akejkol'vek práce ...} \\ \text{čím viac/menej} \text{ ľudí,} \quad \text{tým viac/menej} \text{ zjedia, vypijú, spravia akejkol'vek práce ...} \end{array}$

III. **Niečo budeš násobiť a niečo deliť. Ako na to? Veľmi jednoducho!**

**NÁSOBÍŠ**

**dva údaje**, ktoré sú **oproti sebe do kríža**. Vždy sú **spojené čiarou**, ktorá ti umožní upevniť si tento postup. **Aj ty si vždy spoj** v zošíte **tieto dva údaje oproti sebe**. Teda samozrejme vtedy, **keď sa jedná o priamu úmeru!**

**DELÍŠ**

tým **čísлом**, ktoré ti **jediné ostáva**, teda tým, **ktoré je do kríža s** neznámou „x“

$$\begin{array}{l} 900 \text{ km} \quad \quad \quad 1 \text{ hodina} \\ 100 \text{ km} \uparrow \quad \quad \quad x \text{ hodín} \\ \text{minút} \\ \underline{100 \cdot 1} \\ x = \frac{900}{100} = \underline{9} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 20\% \quad \quad \quad 40 \text{ kg} \\ 100\% \uparrow \quad \quad \quad x \text{ kg} \\ \underline{100 \cdot 40} \\ x = \frac{40}{20} = \underline{200} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 1 \text{ hodina} \quad \quad \quad 60 \text{ min.} \\ 0,4 \text{ hodiny} \uparrow \quad \quad \quad x \\ \underline{0,4 \cdot 60} \\ x = \frac{60}{1} = \underline{24} \end{array}$$

TROJČLENKA

NEPRIAMA ÚMERA

Úmera je **relatívne veľmi jednoduchá časť** slovných úloh. Jediné, čo si musíme **správne uvedomiť**, je, či pôjde o **úmeru priamu alebo nepriamu**, pretože od toho závisí spôsob matematického výpočtu.

**KEDY sa jedná o nepriamu úmeru? Vtedy, keď sa v príklade jedná o:**



**počet robotníkov a počet dní**, čo pracujú  
**pokladnice a čas**, ktorý pri nich stojíme

**čím viac** robotníkov, **tým menej** času práca trvá  
**čím menej** robotníkov, **tým viac** času práca trvá  
**čím menej** pokladníc, **tým viac** čakáme  
**čím viac** je pokladníc, **tým menej** čakáme

**zásoby uhlia, vzduchu na potápanie, vody...**  
**zásoby jedla a počet ľudí**  
**čerpadiá**  
**rýchlosť písania**

**čím viac** sa kúri (potápa, pije...), **tým menej** zásoby vydržia  
**čím menej** sa kúri (potápa, pije), **tým viac** zásoby vydržia  
**čím viac** je ľudí, **tým menej** zásoby vydržia  
**čím menej** je ľudí, **tým viac** zásoby vydržia  
**čím viac** je čerpadiel, **tým menej** prečerpávame  
**čím menej** je čerpadiel, **tým viac** času prečerpávame  
**čím rýchlejšie** sa píše, **tým menej** písanie **trvá** ...  
**čím pomalšie** sa píše, **tým viac** písanie **trvá** ...

**POSTUP PRI VÝPOČTE NEPRIAMEJ ÚMERY**

vo farbe str. 12

**čím menej** pokladníc, **tým viac** čakáme  
**čím viac** je pokladníc, **tým menej** čakáme

**NÁSOBÍŠ** ●

**dva údaje**, ktoré sú **vedľa seba v jednom riadku**

Aj tie budú **vždy spojené čiarou** = ——— ○ ,  
 ktorá ti umožní si zafixovať tento postup.

**Aj ty si vždy spoj v zošite tieto dva údaje v riadku vedľa seba** v tvojom zápise.  
 Teda samozrejme vtedy, **keď sa jedná o NEpriamu úmeru!**

**DELÍŠ** ●●

**tým číslom**, ktoré ti jediné ostáva, teda **tým, ktoré je v jednom riadku s neznámou „x“**

5	potápači	———	●	15	hodín
3	potápači	... ..		x	hodín ↑
			●		
			●		
x	=	3	●●	=	25
					hodín

3	kosačky	———	●	15	hodín
5	kosačiek	... ..		x	hodín ↑
			●		
			●		
x	=	5	●●	=	9
					hodín

**NEZABUDNI!** riadne spočítaj, resp. odpočítaj čísla, pokiaľ **nemáš presne niečo udané**

- príklad 1 **počet tých, ktorí neprišli**, sa musí **odpočítať** od celkového počtu, ktorý mal niečo robiť
- príklad 3 ak **prišli 3 parketári, prirátas číslo 3** od pôvodného počtu ...)
- príklad 5 ak sa **prikúpia 2 kosačky**, musíš **číslo 2 pripočítať** k pôvodnému číslu/počtu kosačiek

**1. Piaty potápači** majú vzduch na potápanie na **15 hodín**.

**Dvaja** však **neprišli** <sup>1</sup>. Koľko času sa môžu potápať zvyšní potápači?

5	potápači	———	●	15	hodín
5-2	= 3	potápači	... ..	x	hodín ↑ *
			●		
			●		
x	=	3		=	25

**skúška správnosti**

5 · 15 = 75  
 3 · 25 = 75

\* **túto šípku** daj ako **prvú**, až potom **si povedz**:

**čím menej** je potápačov,  
**tým viac** sa môžu potápať, **tým viac** vzduchu majú => je to jasná **nepriama úmera**

**POTÁPAČI SA MÔŽU POTÁPAŤ 25 HODÍN.**

**2. Ak je otvorených 8 pokladníc**, čakáme **3 minúty**.

Koľko budeme čakať, ak bude pracovať všetkých **12 pokladníc**?

8	pokladníc	———	●	3	minúty
12	pokladníc	... ..		x	minút ↑ *

**skúška správnosti**

8 · 3 = 24  
 12 · 2 = 24



$$x = \frac{8 \cdot 3}{12} = 2$$

\*

túto šípku daj ako prvú, až potom si povedz: čím viac pokladníc pracuje tým menej sa čaká => nepriama úmera

**BUDEME ČAKAŤ DVE MINÚTY.**

### ZVYŠOK

vo farbe str. 16.

Veľmi zaujímavé príklady, pri ktorých **sa žiaci často mýlia**, lebo **si neuvedomia**, že sa v nich pracuje práve so **zvyškom**. My si vysvetlíme, **ako** v takom prípade **postupovať** tak, **aby sme sa** vždy **prepracovali k správному výsledku**.


Špeciálne si daj **pozor na výpočet zvyšku**, úplne najlepšie je vždy si celkom **na koniec strany zošita nakresliť v kruhovom diagrame** (často je to v zlomku, preto je **kruhový diagram najvýhodnejší**), čo sa **predalo, prečítalo, minulo** \*... a **hneď pod diagram zapísať** vlastný **zvyšok** \*\* (**pozri zápis s diagramami**), teda to, čo nám ešte **zostalo na čítanie, míňanie, predaj** ... .

Ak máš zadanie ako napr. **v 1. príklade – prvé dva dni prečítal toľko a toľko z celej knihy** – potom pri výpočte zvyšku

- **najskôr** treba niekde **mimo** (v knihe vždy pod zápisom príkladu) **vyrátať**, **koľko prečítal spolu** a
- **až potom** z toho **určiť samotný zvyšok!**

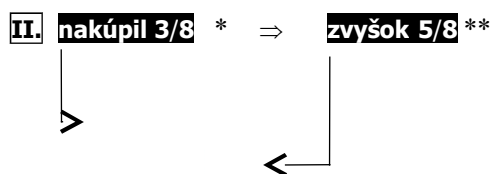
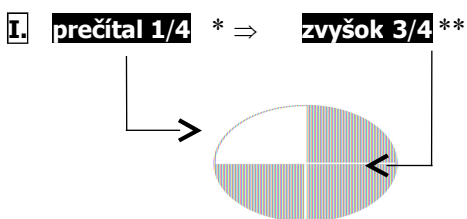
**Žiaci toto často zabúdajú a pokračujú vo výpočtoch len s tým súčtom.**

– ak ti vyjde

<b>súčet dvoch údajov</b>	I. $\frac{1}{4}x^*$ $\Rightarrow$ zvyšok je $\frac{3}{4}x^{**}$
	II. $\frac{3}{8}x^*$ $\Rightarrow$ " " $\frac{5}{8}x^{**}$
	III. $\frac{3}{5}x^*$ $\Rightarrow$ " " $\frac{2}{5}x^{**}$

= princíp zvyškových príkladov

– a **ako to vyzerá v kruhovom diagrame?**



Pozor: **len málokedy vyjde súčet „ $\frac{1}{2}x$ “ tak, že je potom aj zvyšok „ $\frac{1}{2}x$ “**  
(viď príklad č. 1, súčet po prečítaní dvoch dní je „ $\frac{1}{2}x$ “)

- „**z**“ (niečoho) znamená **v matematike** vždy **násobenie**, štvrtina  $\frac{1}{4} \cdot 12 = 3$
- **počet strán, kilogramov** ... zistíš **v skúške správnosti**
- keď máš v príklade udané **desatinné čísla**, všetko **premeň na zlomky**, tak je **výpočet najpresnejší a aj sa najľahšie počíta**

#### PREMENA ZLOMKOV NA DESATINNÉ ČÍSLA

Toto si **naštuduj pozorne**,

pretože **sa bez týchto premien nezaobídeš**.

**Nie je to ale nič ťažké**,

tak **poďme na to:**

<b>0,1</b>	<b>1/10</b>					<b>10%</b>
		<b>1/8</b>				<b>12,5%</b>
<b>0,2</b>	<b>2/10</b>		<b>1/5</b>			<b>20%</b>
<b>0,25</b>		<b>2/8</b>		<b>1/4</b>		<b>25%</b>
		<b>3/8</b>				<b>37,5%</b>
<b>0,3</b>	<b>3/10</b>					<b>30%</b>
<b>0,4</b>	<b>4/10</b>		<b>2/5</b>			<b>40%</b>
<b>0,5</b>	<b>5/10</b>	<b>4/8</b>		<b>2/4</b>	<b>1/2</b>	<b>50%</b>
		<b>5/8</b>				<b>62,5%</b>
<b>0,6</b>	<b>6/10</b>		<b>3/5</b>			<b>60%</b>
<b>0,7</b>	<b>7/10</b>					<b>70%</b>
<b>0,75</b>		<b>6/8</b>		<b>3/4</b>		<b>75%</b>
<b>0,8</b>	<b>8/10</b>		<b>4/5</b>			<b>80%</b>
		<b>7/8</b>				<b>87,5%</b>
<b>0,9</b>	<b>9/10</b>					<b>90%</b>

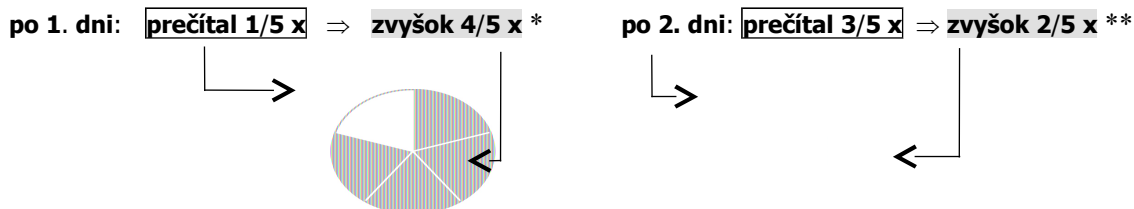
$$1 \text{ celá} = 10/10 \quad 8/8 \quad 5/5 \quad 4/4 \quad 2/2 \quad 100\%$$

– tretiny, sedminy a devätiny v tabuľke nie sú z jednoduchého dôvodu , nedajú sa vyjadriť celými číslami

- 
- **nezabúdaj na skúšku správnosti** a presne **sleduj smer šípiek**, ukazujú ti **postup výpočtov**

5. Maroš prečítal prvý deň  $1/5$  knihy. Druhý deň prečítal  $1/2$  zo zvyšných strán. Na tretí deň prečítal štvrtinu zo zvyšku strán. Zostalo mu prečítať 60 strán. Koľko strán mala kniha?

**kruhový diagram ku zvyšku**



**skúška**

**správnosti**

1. deň  $1/5 x$  (strán)

**zaujíma ťa zvyšok!**  
 $5/5 x - 1/5 x \Rightarrow$  **zvyšok  $4/5 x^*$**

$$1/5 \cdot 200 = 40 \text{ strán}$$

2. deň  $1/2 \cdot 4/5 x^* = 2/5 x$  (strán)

**rátame zvyšok po 2 dňoch:**  
 $1/5 x + 2/5 x = 3/5 x$ , teda  
 $\Rightarrow$  **zvyšok  $2/5 x^{**}$**  (strán)

$$2/5 \cdot 200 = 80 \text{ strán}$$

3. deň  $1/4 \cdot 2/5 x^{**} = 1/10 x$  (strán)

$$1/10 \cdot 200 = 20 \text{ strán}$$

4. deň **60** (strán)

$$60 \text{ strán}$$

spolu **x** (strán)

$$200 \text{ strán}$$

$$x = 1/5 x + 2/5 x + 1/10 x + 60$$

$$x = 200$$

**KNIHA MALA 200 STRÁN.**

## NÁSOBENIE A DELENIE KLDNÝCH A ZÁPORNÝCH ČÍSEL

Matematika je neprekonateľná a nádherná preto, že v nej nie sú výnimky a to **so znamienkami, čo platí pre sčítanie a odčítanie, platí aj v násobení a delení.**

**Súčin aj podiel dvoch kladných čísel je kladné číslo.**  
**Súčin aj podiel dvoch záporných čísel je kladné číslo.**

$(+) \cdot (+) = +$	$(+) : (+) = +$
$(-) \cdot (-) = +$	$(-) : (-) = +$

**Súčin aj podiel záporného a kladného čísla je záporné číslo.**

$(+) \cdot (-) = -$	$(+) : (-) = -$
$(-) \cdot (+) = -$	$(-) : (+) = -$

Ak je v príklade **párny počet záporných čísel/činiteľov** (2, 4, 6 ...), **výsledok je kladný.**

$(-1) \cdot (-1) = +1$	$(-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = +1$	$(-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = +1$
------------------------	--	--

Ak je v príklade **nepárny počet záporných čísel/činiteľov** (1, 3, 5 ...), **výsledok je záporný.**

$(-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = -1$	$(-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = -1$
-----------------------------------	---

Pozor: **prednosť** má násobenie a delenie,

**najskôr** preto vypočítame  $(-7) \cdot 3$ , plus odpíšeme a **potom** počítame  $42 : (-7)$

$\begin{array}{l} (-7) \cdot 3 + 42 : (-7) \\ (-21) + (-6) = -27 \end{array}$	$\begin{array}{l} +100 + 12 \cdot (-5) \\ +100 - 60 = +40 \end{array}$	$\begin{array}{l} -15 \cdot (-5) + 5 \cdot (-5) - (-15) \\ +75 - 25 + 15 = +65 \end{array}$
$\begin{array}{l} 10 \cdot (-6) - (-2) \\ -60 + 2 = -58 \end{array}$	$\begin{array}{l} -18 : (-3) + 14 \cdot (-2) \\ +6 - 28 = -22 \end{array}$	$\begin{array}{l} -15 \cdot (-2) - 12 \cdot (-4) - (+10) \\ +30 + 48 - 10 = +68 \end{array}$
$\begin{array}{l} (-2) \cdot (-3) : (-2) \\ +6 : (-2) = -3 \end{array}$		

Pozor: **NAJSKÔR** si vždy „vybav“ **ZNAMIEŇKO**, ak ho budeš písať až po čísle, môžeš sa ľahko pomýliť

$210 : (-2) : (-7) : (-5) = -3$
$200 : (-2) : (-2) : (-10) = -5$
$210 : (-2) : (-7) : (5) = +3$
$200 : (2) : (-2) : (-10) = +5$

**delia sa tri záporné čísla**, teda **nepárny počet**  
a tak je jasné, že je **mínus**

**delia sa dve záporné čísla**, teda **párny počet**  
a tak je jasné, že je **plus**

**Vyrátaj – najskôr si určí znamienko, až potom násob a del’:**

$35 : (-5) = -7$	$-48 : 8 = -6$	$-9 \cdot 4 = -36$	$-81 : 9 \cdot (-3) = 27$	$-6 \cdot (-8) : (-4) = -12$
$-7 \cdot 6 = -42$	$8 \cdot (-5) = -40$	$3 \cdot (-4) = -12$	$-9 \cdot (-4) : 12 = 3$	$-3 \cdot (-9) : (-3) = -9$
$-63 : (-9) = 7$	$-56 : (-8) = 7$	$-28 : (-4) = 7$	$-36 : (-4) : (-3) = 3$	$16 : (-8) \cdot (-9) = 18$

(výsledky: -7, -42, 7 / -6, -40, 7 / -36, -12, 7 / +3, +4, -3 / -12, -9, 18)

**Vyrátaj – pozor na znamienka a na to, čo má prednosť:**

$-3 \cdot (-15) - 40 - (-8)$	$= 45 - 40 + 8 = 53 - 40 = 13$
$-20 - (-3) \cdot (-5) - (-4)$	$= -20 - (+15) + 4 = -20 - 15 + 4 = +4 - 35 = -31$
$16 + (-2) \cdot (-7) + (-10)$	$= 16 + (+14) - 10 = 30 - 10 = 20$
$5 \cdot (-2) - 7 + (-8) - (-4)$	$= -10 - 7 - 8 + 4 = +4 - 25 = -21$
$-8 + (-9) \cdot (-2) - (-5)$	$= -8 + 18 + 5 = 23 - 8 = 15$
$-15 + (-5) \cdot 3 - (-4)$	$= -15 - 15 + 4 = +4 - 30 = -26$
$-8 \cdot (-9) + 8 + (-2)$	$= 72 + 8 - 2 = 80 - 2 = 78$
$-5 \cdot (-12) - 30 - (+7)$	$= 60 - 30 - 7 = 60 - 37 = 23$
$-16 - (-4) \cdot (-7) - (+6)$	$= -16 - (+28) - 6 = -16 - 28 - 6 = -50$

$11 \cdot (-2) - 30 - (-4)$	$= -22 - 30 + 4 = +4 - 52 = -48$
$-3 + (-8) \cdot (-6) - (-2)$	$= -3 + 48 + 2 = +50 - 3 = 47$
$19 - (-5) \cdot (-2) + (-7)$	$= 19 - (+10) - 7 = 19 - 10 - 7 = 19 - 17 = 2$
$5 \cdot 7 + (-35) - (-5)$	$= 35 - 35 + 5 = 5$
$45 + (-9) \cdot (-5) - (-5)$	$= 45 + 45 + 5 = 95$
$-8 \cdot (-7) + 14 - (-3)$	$= 56 + 14 + 3 = 73$
$-10 - (-4) \cdot (-5) - (+6)$	$= -10 - (+20) - 6 = -10 - 20 - 6 = -36$

### ČO MÁ V POČÍTANÍ PREDNOST'

Prednosť v počítaní majú aj zátvorky, v ktorých sa objavuje násobenie. Násobenie a delenie majú prednosť aj vtedy, ak si na nás pripravia autori učebníc nejaký chytáčik a zátvorku pri delení a násobení v príklade nedajú.

Pozrime si jednotlivé typy príkladov. Sú to **veľmi jednoduché príklady s jednoduchými číslami**, ale **rozhodujúce je pochopiť** na nich **princíp** a nie sa mordaovať s výpočtami okolo komplikovaných a veľkých čísel.

**Oba príklady počítáš rovnako. Delenie/násobenie má prednosť**, či je v zátvorke\*\*, či nie\*.

$$\begin{array}{r} 100 - 20 : 4 \\ \quad \quad \quad \underbrace{\quad \quad \quad}^* \\ 100 - \quad \quad \quad \mathbf{5} = \mathbf{95} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 100 - (20 : 4) \\ \quad \quad \quad \underbrace{\quad \quad \quad}^{**} \\ 100 - \quad \quad \quad \mathbf{5} = \mathbf{95} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} (100 - 20) : 4 \\ \quad \quad \quad \underbrace{\quad \quad \quad}^{\square} \\ 80 \quad \quad \quad : 4 = \mathbf{20} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} (100 - 20) \cdot 4 \\ \quad \quad \quad \underbrace{\quad \quad \quad}^{\square} \\ 80 \quad \quad \quad \cdot 4 = \mathbf{320} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20 + 15 - 3 \cdot 5 \square \\ \quad \quad \quad \underbrace{\quad \quad \quad} \quad \underbrace{\quad \quad \quad} \\ 35 - \square \quad \mathbf{15} = \mathbf{20} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20 + (15 - 3) \cdot 5 \\ 20 + \boxed{12 \square \square \cdot 5} = 20 + 60 = \mathbf{80} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20 + (15 - 3 \cdot 5) \\ 20 + (15 - 15) = 20 + 0 = \mathbf{20} \end{array}$$

➤ **Oba príklady počítáš rovnako. Delenie/násobenie má prednosť**, či je v zátvorke\*\*, či nie\*.

Pozor: Preto nikdy nesmieš počítať  $100 - 20 = 80$  a to potom **deliť štyrmi!** Na takéto počítanie by príklad vyzeral takto:

↙  teda „ $100 - 20$ “ by muselo byť v zátvorke, aby si **najskôr** rátať zátvorku a až **potom výsledok v zátvorke delil štyrmi**

podobne je to aj s násobením  
**najskôr** odčítaj v zátvorke, **potom** tento **výsledok vynásob**

$20 + 15$  **môžeš sčítať**, nie je tam ani zátvorka, ani násobenie/delenie  
 od súčtu odčítáš výsledok násobenia

tu budeš **násobiť piatimi** až **výsledok násobenia v zátvorke**   
(pozri rámček)

**prednosť** má tiež **násobenie**, **výsledok** násobenia **odčítaš od prvého čísla v zátvorke**, teda **od 15**

$$\begin{array}{r} 5 \cdot 5 - 3 \cdot 3 \\ \underbrace{\quad \quad} \quad \underbrace{\quad \quad} \\ \mathbf{25} - \mathbf{9} = \mathbf{16} \end{array}$$

**najskôr 2x násobenie** (ktoré nemusí byť v zátvorke, aby malo prednosť v počítaní), potom oba **výsledky násobenia odčítaj**

$$\begin{array}{r} 5 \cdot (5 - 3) \cdot 3 \\ \quad \quad \quad \underbrace{\quad \quad} \\ 5 \cdot \mathbf{(2)} \cdot 3 = \mathbf{30} \end{array}$$

tu má **prednosť zátvorka**, treba ju zvlášť vyrátať a až **jej výsledok ďalej násobiť**  
\* päťku na samom začiatku len opíš

$$\begin{array}{r} (5 \cdot 5 - 3) \cdot 3 \\ \underbrace{\quad \quad \quad} \\ (\mathbf{25} \square - 3 \cdot) \cdot 3 = \mathbf{22} \cdot 3 \cdot = \mathbf{66} \end{array}$$

tu má **prednosť 5 · 5**  **v zátvorke**, od výsledku odrátaš trojku \* a celý **výsledok násobiš** poslednou **trojkou\*\***

– takže **prednosť** má **násobenie/delenie** či je v zátvorke, alebo je **bez nej**

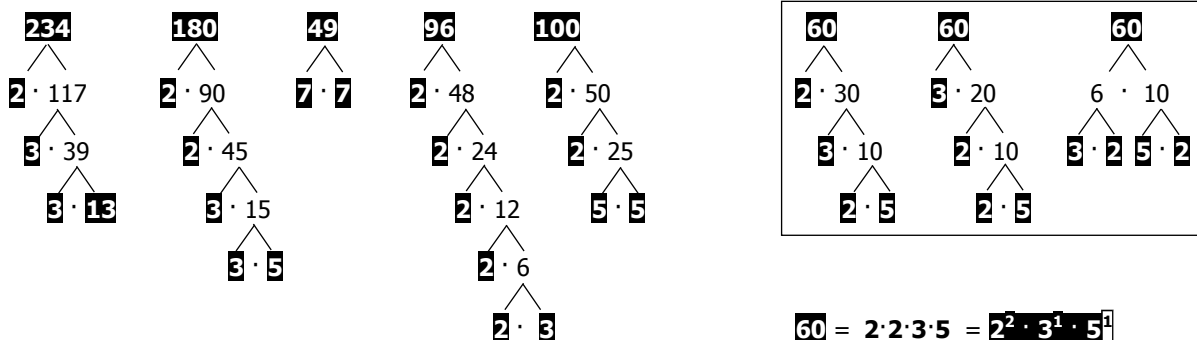
## ROZKLAD ČÍSEL NA PRVOČÍSLA

**Prvočíslo** je také číslo, ktoré je **deliteľné len samé sebou a jednotkou**. **Nedá sa už ďalej rozložiť** na súčin nejakých dvoch iných čísel. Ostatné čísla sa rozkladajú na súčin až do prvočísel.

**Prvočísla do 100** sú: 2 3 5 7 11 13 17 19 23 29 31 37 41 43 47 53 59 61 67 71 73 79 83 89 97

A teraz **ako sa čísla rozkladajú** na prvočísla? Hľadaj najskôr možnosti **na násobenie dvomi a tromi** – pôjdeš tak postupnými krokmi, pri ktorých je možnosť zmylenia sa najmenšia.

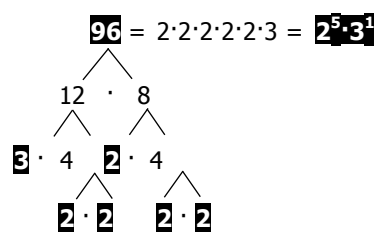
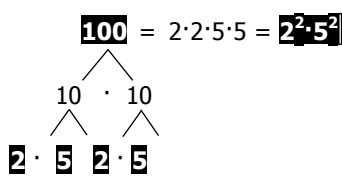
Takže **roznásob** zadané číslo ako „**2** · **3**“, prípadne **5-krát zvyšné číslo**“ a potom roznásobuj výsledné čísla až do prvočísel. **Prvočísla sú v rámečkoch**:



Čísla samozrejme **možno** na samom začiatku **roznásobiť** i inak, napr. **180** ako **10 · 18**, **96** ako **8 · 12**, **100** ako **10 · 10**. Potom sa **roznásobujú až do prvočísel oba činitele**. Niekedy je to však dosť neprehľadný spôsob rozkladu (viď rozklad 96). Rôzne možnosti roznásobenia na prvočísla si pozri aj na číse 60 na predchádzajúcej strane. **60** môžeme roznásobiť okrem možností vyššie vpravo ešte **aj ako 5 · 12 = 5 · 2 · 6 = 5 · 2 · 2 · 3 = 2<sup>2</sup> · 3<sup>1</sup> · 5<sup>1</sup>**.

Platí teda, že sa čísla sa môžu rozkladať **viacerými spôsobmi**, **prvočísla** v súčine **sú však vždy rovnaké**.

<b>234</b>	= 2 · 3 · 3 · 13	= 2 <sup>1</sup> · 3 <sup>2</sup> · 13 <sup>1</sup>
<b>180</b>	= 2 · 2 · 3 · 3 · 5	= 2 <sup>2</sup> · 3 <sup>2</sup> · 5 <sup>1</sup>
<b>49</b>	= 7 · 7	= 7 <sup>2</sup>
<b>96</b>	= 2 · 2 · 2 · 2 · 2 · 3	= 2 <sup>5</sup> · 3 <sup>1</sup>
<b>100</b>	= 2 · 2 · 5 · 5	= 2 <sup>2</sup> · 5 <sup>2</sup>

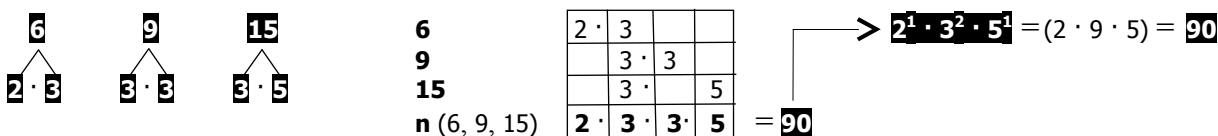


## NAJMENŠÍ SPOLOČNÝ NÁSOBOK

Urči najmenší spoločný násobok čísel 6, 9, 15.

Pri jeho určovaní **rozkladáme čísla na súčin prvočísel**. Potom zapíšeme **súčiny do tabuľky** a **najmenší spoločný násobok (= n)** bude súčinom všetkých **špeciálne zapísaných čísel** (činiteľov).

**Činitele sa zapisujú pod seba len vtedy, ak sa jedná o rovnaké čísla. Ak sa objaví iné číslo, má vlastnú kolónku.** Takže **nesmieš zapísať číslo 5 do stĺpca, kde sú už iné čísla, ale musíš ho zapísať do nového**.



Čísla do konečného riešenia **berieš zo všetkých „otvorených“ chlievikov** (teda aj neúplne zaplnených). Plné budeš potrebovať do učiva na ďalšej strane.

**Najmenší spoločný násobok čísel 6, 9, 15 je 90.**

## NÁSOBENIE VÝRAZOV A MNOHOČLENOV

Pri násobení výrazov a mnohočlenov **platia** o úpravách so znamienkami **tie pravidlá**, ktoré platia **aj pri samotných číslach**. Takže:

	∇	
$3 \cdot (x + y) -$	$(\begin{matrix} + & 3x & + & 2y \end{matrix}) = 3x + 3y -$	$3x - 2y = + y$
$3 \cdot (x + y) -$	$(\begin{matrix} + & 3x & - & 2y \end{matrix}) = 3x + 3y -$	$3x + 2y = + 5y$
$3 \cdot (x + y) -$	$(\begin{matrix} - & 3x & - & 2y \end{matrix}) = 3x + 3y +$	$3x + 2y = 6x + 5y$
$3 \cdot (x + y) - 3 \cdot$	$(\begin{matrix} + & 3x & + & 2y \end{matrix}) = 3x + 3y -$	$9x - 6y = -6x - 3y = -(6x + 3y) = -3(2x + 3y)$
$3 \cdot (x + y) - 3 \cdot$	$(\begin{matrix} + & 3x & - & 2y \end{matrix}) = 3x + 3y -$	$9x + 6y = -6x + 9y = -(6x - 9y) = -3(2x - 3y)$
$3 \cdot (x + y) - 3 \cdot$	$(\begin{matrix} - & 3x & - & 2y \end{matrix}) = 3x + 3y +$	$9x + 6y = +12x + 9y = 3(4x + 3y)$
	△	

**jednoduché roznásobenie**

$$(3x + 2y + 5) \cdot (-5) = * - ** 15x - 10y - 25$$

Pozor: **ako prvé** rob vždy **znamienka** a povedz ich **aj nahlas**  
**\*plus krát mínus** je **mínus** a zapíš ho  
**až potom násob čísla/písmená** „3 krát 5 je 15“  
**15\*\*** zapíš a **pridaj písmená**, **ak vo výraze sú**

Je jednoduché, len treba byť pozorný a násobiť vždy jedným spôsobom, nemeniť poradie činiteľov, pretože to je akurát tak cesta do matematického pekla, a teda aj k omylu.

Roznásobenie\* je tenkým písmom v zátvorke, jeho výsledok, s ktorým budeš ďalej počítat', je hrubým písmom:

$$\begin{aligned} (x+1) \cdot (3x+2y) &= (x \cdot 3x \circ) = 3x^2 \\ & \quad (x \cdot 2y \circ\circ) = 2xy \\ & \quad (1 \cdot 3x \bullet) = 3x \\ & \quad (1 \cdot 2y \bullet\bullet) = 2y \\ &= 3x^2 + 2xy + 3x + 2y \end{aligned}$$

○ **začni 1. členom** 1. zátvorky a násob\* ho 1. členom 2. zátvorky  
 ○○ teraz vynásob prvý člen 1. zátvorky (číslo) 2. členom 2. zátvorky  
**sleduj dve DOLNÉ šípky**

● **vezmi 2. člen** 1. zátvorky (číslo), násob ho 1. členom 2. zátvorky  
 ●● teraz vynásob druhý člen 1. zátvorky (číslo) 2. členom 2. zátvorky  
**sleduj dve HORNÉ šípky**

ešte skontroluj, či nie sú niektoré členy rovnaké, tie sčítaj, ak nie sú, príklad je hotový – ak nesčítuješ rovnaké členy, výsledok má toľko členov ako je počet členov v zadaní príkladu

$$\begin{aligned} (a+4) \cdot (5a+2) &= (a \cdot 5a \circ) = 5a^2 \\ & \quad (a \cdot 2 \circ\circ) = 2a \\ & \quad (4 \cdot 5a \bullet) = 20a \\ & \quad (4 \cdot 2 \bullet\bullet) = 8 \\ &= 5a^2 + 2a + 20a + 8 \\ &= 5a^2 + 22a + 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2xy+4x) \cdot (5x+3y) &= (2xy \cdot 5x \circ) = 10x^2y \\ & \quad (2xy \cdot 3y \circ\circ) = 6xy^2 \\ & \quad (4x \cdot 5x \bullet) = 20x^2 \\ & \quad (4x \cdot 3y \bullet\bullet) = 12xy \\ &= 10x^2y + 6xy^2 + 20x^2 + 12xy \end{aligned}$$

Dá sa roznásobovať i iným spôsobom, teda tak, že najskôr roznásobíme obomi členmi prvej zátvorky prvý člen druhej zátvorky ○, ○○ a potom obomi členmi prvej zátvorky druhý člen druhej zátvorky ●, ●●. Uvediem aj roznásobenie so šípkami a značkami pre tento spôsob. Určite si však vyber jeden spôsob, neskúšaj viaceré. Len si dopletieš hlavu.

$$\begin{aligned} (x+1) \cdot (3x+2y) &= (x \cdot 3x \circ) = 3x^2 \\ & \quad (1 \cdot 3x \circ\circ) = 3x \\ & \quad (x \cdot 2y \bullet\bullet) = 2xy \\ & \quad (1 \cdot 2y \bullet) = 2y \\ &= 3x^2 + 3x + 2xy + 2y \end{aligned}$$

○ **začni 1. členom** 1. zátvorky a vynásob\* ho 1. členom 2. zátvorky  
 ○○ teraz vynásob druhý člen 1. zátvorky (číslo) 1. členom 2. zátvorky  
**sleduj dve DOLNÉ šípky**

● **vezmi 1. člen** 1. zátvorky (číslo) a násob ho 2. členom 2. zátvorky  
 ●● teraz vynásob 2. člen prvej zátvorky (číslo) 2. členom 2. zátvorky  
**sleduj dve HORNÉ šípky**

$$\begin{aligned}
 (a+4) \cdot (5a+2) &= (a \cdot 5a) + (4 \cdot 5a) + (a \cdot 2) + (4 \cdot 2) \\
 &= 5a^2 + 20a + 2a + 8 \\
 &= 5a^2 + 22a + 8
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2xy+4x) \cdot (5x+3y) &= (2xy \cdot 5x) + (4x \cdot 5x) + (2xy \cdot 3y) + (4x \cdot 3y) \\
 &= 10x^2y + 20x^2 + 6xy^2 + 12xy
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3a-4b) \cdot (-2a+3b) &= -6a^2 + 9ab + 8ab - 12b^2 = -6a^2 + 17ab - 12b^2 \\
 (5a-6b-2c) \cdot (2a-3b) &= 10a^2 - 12ab - 4ac - 15ab + 18b^2 + 6bc = 10a^2 - 27ab - 4ac + 18b^2 + 6bc
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2a-5b) \cdot (2a-4b) \cdot (3a-2b) &= \\
 (4a^2 - 8ab - 10ab + 20b^2) \cdot (3a-2b) &= \\
 (4a^2 - 18ab + 20b^2) \cdot (3a-2b) &= \\
 12a^3 - 54a^2b + 60ab^2 - 8a^2b + 36ab^2 - 40b^3 &= \\
 12a^3 - 62a^2b + 96ab^2 - 40b^3 &=
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (4x-3y+2z) \cdot (4x-5y+6z) &= \\
 16x^2 - 20xy + 24xz - 12xy + 15y^2 - 18yz &= \\
 8xz - 10yz + 12z^2 &= \\
 16x^2 + 15y^2 + 12z^2 - 32xy + 32xz - 28yz &=
 \end{aligned}$$

**najskôr** násob **prvé dve zátvorky**

a až **potom** ich výsledok vynásob **tretiou**

v tomto riadku je roznásobený 1. člen druhej zátvorky  
v tomto 2. člen druhej zátvorky

**rovnaké členy sčítaj/odčítaj**

aj tu si **násob prvú celú zátvorku postupne** s prvým, druhým i tretím členom 2. zátvorky zvlášť v riadkoch, aby ťa dlhokánsky rad súčinnov nepoplietol  
**rovnaké členy sčítaj/odčítaj**

**Pozor** na to, **čo má prednosť** v takto takmer rovnako zadaných príkladoch:

$$\begin{aligned}
 (4x-6) \cdot (-5x-7) &= -20x^2 - 28x + 30x + 42 = -20x^2 + 2x + 42 \\
 4x + 6 \cdot (-5x-7) &= +4x - 30x - 42 \\
 4x + 6 \cdot (-5x) - (-7) &= +4x - 30x + 7 \\
 (4x+6) \cdot (-5x) - 7 &= -20x^2 - 30x - 7
 \end{aligned}$$

**násobenie** dvoch **zátvoriek**

**roznásobenie zátvorky** šestkou

**roznásobenie zátvorky s (-5x)**

**roznásobenie zátvorky (-5x)**

## LINEÁRNE ROVNICE

**Cieľom** lineárnej rovnice **je zistiť hodnotu neznámej.**

**Základom** riešenia sú „**ekvivalentné**“ **úpravy.**

Sú to také úpravy, kedy sčítaš, odčítaš, delíš či násobiš rovnakým číslom/neznamou obe strany rovnice.

Pomocou nich si preniesieš neznáme a čísla tak, aby neznáma bola na jednej strane (najčastejšie na ľavej) a čísla na druhej.

Tieto operácie napíšeš za lomkou/lomenou čiarou \*. **Začneme najjednoduchšími úpravami:**

Príklady sú na ďalšej strane.

### \* úprava odčítaním

neznáma ostane naľavo, **treba presunúť** „- 10“ **doprava** k ďalšiemu číslu, spravíš to **opačnou operáciou** k „mínusu/odčítaniu“  
**teda pričítaš** „+ 10“ k oboj stranám rovnice

### \*\* úprava sčítaním

neznáma ostane naľavo, **treba presunúť** „+ 10“ **doprava**, spravíš to **opačnou operáciou** k „plusu/sčítaniu“ - **teda odčítaš** „- 10“ od oboch strán rovnice

### • úprava delením

neznáma ostane naľavo, „4·x“ **nikoho nezaujímá**, výsledkom rovnice je hodnota jedného „x“ - **preto** „4·x“ **vydeliš štvorkou** a **dostaneš jedno „x“**  
takže aj tu robíš **opačnú operáciu** k „deleniu v zlomku (viď str. ...)“  
**štyrmi delíš aj pravú stranu**



## •• úprava násobením

$$\begin{array}{rcl} x - 10 & = & 20 \quad /+10^* \\ x - 10 + 10 & = & 20 + 10 \\ x & = & 30 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} x + 10 & = & 20 \quad /-10^{**} \\ x + 10 - 10 & = & 20 - 10 \\ x & = & 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} 4 \cdot x & = & 100 \quad /: 4 \bullet \\ 4 \cdot x : 4 & = & 100 : 4 \\ x & = & 25 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} x & & \\ 10 & = & 10 \quad / \cdot 10 \bullet \bullet \\ x \cdot 10^* & & \\ 10 \cdot 1 & = & 10 \cdot 10 \\ x & = & 100 \end{array}$$

**L' = ľavá strana, P = pravá strana**

**skúška správnosti (ss):**

$$\begin{array}{l} \text{L': } x - 10 = 30 - 10 = 20 \\ \text{P: } = 20 \end{array} \quad \mathbf{L' = P}$$

(ss):

$$\begin{array}{l} \text{L': } x + 10 = 10 + 10 = 20 \\ \text{P: } = 20 \end{array} \quad \mathbf{L' = P}$$

(ss):

$$\begin{array}{l} \text{L': } 4 \cdot x = 4 \cdot 25 = 100 \\ \text{P: } = 100 \end{array} \quad \mathbf{L' = P}$$

(ss):

$$\begin{array}{l} \text{L': } 10 = 10 = 10 \\ \text{P: } = 00 \end{array} \quad \mathbf{L' = P}$$

\* **10**  
10 si napíš kvôli kráteniu ako **1**

- v **skúške správnosti** je **zápis** zadaného príkladu navyše, **netreba ho tam písať**, tu je kvôli názornosti „normálna“ skúška správnosti začína až po prvom „=“, teda dosadením do pôvodného zadania príkladu

## A ako je to pri zlomkoch v lineárnej rovnici?

$$\frac{x+2}{2} + \frac{3x-2}{4} = \frac{7x}{6} + 1 \quad / \cdot 12 \bullet \quad \checkmark$$

- **nájd** najmenší spoločný násobok čísel v menovateli = v tomto prípade je to **12** •

- teraz **delíš každé číslo** v menovateli **12-kou** a **výsledok zapíš** ( $12:2 = 6^*$ ,  $12:4 = 3^{**}$ ,  $12:6 = 2^{***}$ ) a tým, čo je v čitateli (teda hore) ho **násobíš**

- nech ťa nemýli, že za lomkou máš v 1. riadku rovnice násobenie dvanástkou.

- ty predsa **násobíš tým, čo je v zlomku** v čitateli (**hore**), **tým čo je dole** v menovateli, tým **musíš deliť**.

### Pozor:

ak treba **násobiť výrazom s dvomi a viac členmi (číslami, písmenami)** ako je na ľavej strane rovnice, **daj celý výraz z čitateľa (hore) do zátvorky**, pretože v ďalšom riadku budeš roznásobovať a to pôjde podstatne lepšie, keď budeš výraz vidieť samostatne zapísaný aj so znamienkami.

$$\begin{array}{rcl} 6^* \cdot (x+2) + 3^{**} \cdot (3x-2) & = & 2^{***} \cdot 7x + 12 \\ \boxed{6x} + 12 + \boxed{9x} - 6 & = & 14x + 12 \\ 15x + 6 & = & 14x + 12 \quad /- 6 \bullet \bullet \\ 15x & = & 14x + 12 - 6 \\ 15x & = & 14x + 6 \quad /- 14x \\ 15x - 14x & = & 6 \\ x & = & \boxed{6} \end{array}$$

a teraz **roznásob, pozor na znamienka**

**spočítaj zvlášť čísla a zvlášť neznáme**

v tomto riadku neznámu nechaj vľavo, **odčítaj číslo 9** ••

neznáme potrebujú na jednej strane, takže **odrátaj 14x**

**skúška správnosti:** (robíš ju podľa rovnice zo zadania, nie z upravenej rovnice)

$$\frac{\boxed{x}+2}{2} + \frac{3 \cdot \boxed{x}-2}{4} = \frac{7 \cdot \boxed{x}}{6} + 1 \quad \checkmark$$

$$\begin{array}{l} \text{L': } = \frac{6+2}{2} + \frac{3 \cdot 6-2}{4} = \frac{8}{2} + \frac{16}{4} = \frac{8}{2} + \frac{4}{1} = 4 + 4 = 8 \\ \text{P: } = \frac{7 \cdot 6}{6} + \frac{6}{6} = \frac{42}{6} + \frac{6}{6} = \frac{48}{6} = \frac{8}{1} \end{array}$$

**L' = P**

